

---

# Présentation générale des dérivés climatiques

Pauline Barrieu

(London School of Economics - Statistics Department)

et Nicole El Karoui

(Ecole Polytechnique - CMAP)

**SFdS - 29 Janvier 2004**

# Structure de la présentation

## Partie 1 : Présentation générale des dérivés climatiques

- ★ Le risque météorologique
- ★ Les produits dérivés climatiques
- ★ Les marchés
- ★ L'évaluation
- ★ Les données

## Partie 2 : Le problème général de transfert de risque climatique

---

# Présentation générale des dérivés climatiques

## Le risque météorologique

- ★ Le risque météorologique concernerait environ 80% des entreprises aux Etats-Unis, environ 15% du PNB européen.
  
- ★ Tous les secteurs de l'économie sont potentiellement affectés (énergie, agriculture, loisirs, transports, alimentation...).
  
- ★ La météorologie peut avoir divers impacts économiques :
  - ◇ Variabilité des revenus,
  - ◇ Variabilité des coûts,
  - ◇ Chocs négatifs sur le ratio Sharpe de l'entreprise.

- ★ Le risque météorologique a certaines spécificités :
- ◇ Risque local,
  - ◇ Risque au-delà de tout contrôle humain,
  - ◇ Influence quasi-certaine sur les activités humaines,
  - ◇ "Pas de marché de la météorologie".

# Les produits dérivés climatiques

## Définition

★ Un produit dérivé est un contrat financier dont les flux dépendent d'un autre actif (action, taux d'intérêt, matière première...), appelé *actif sous-jacent* du contrat.

★ *L'actif sous-jacent d'un produit dérivé climatique* ("weather derivative") est relatif aux conditions météorologiques (températures, enneigement, pluie, vent...) dans une certaine zone géographique.

## Le rôle des produits dérivés climatiques

⇒ Meilleure gestion des risques météorologiques (gestion proactive et non réactive),

⇒ Réduction de la variabilité des flux futurs de l'entreprise

⇒ Couverture des risques affectés par le temps (notamment le risque volumétrique pour le secteur de l'énergie).

## L'actif sous-jacent des dérivés climatiques

★ Différents sous-jacents possibles : précipitations (pluie, neige), vent, ensoleillement mais surtout température (pour plus de 80% des contrats).

★ L'actif sous-jacent est propre à une (ou plusieurs) zone(s) géographique(s) particulière(s) (*station de référence*) où les relevés sont effectués.

★ Les *mesures* sont effectuées et collectées par un organisme indépendant (Météo France par exemple).

⇒ Mesures "précises et fiables", mais parfois coûteuses.



## Dérivés de température : petit glossaire

★ En général (notamment aux Etats-Unis, par souci de symétrie), la température n'est pas utilisée telle quelle. On considère les "*Degree-Days*" (DD) :

$$DD = \text{Température} - 65^{\circ}F \stackrel{(ou)}{=} \text{Température} - 18^{\circ}C$$

⇒ Deux cas possibles :

Si  $DD > 0$ , il s'agit de "*Cooling Degree-Days*" (demande de froid),

Si  $DD < 0$ , il s'agit de "*Heating Degree-Days*" (demande de chaud).

★ On peut également considérer la valeur cumulée de DD sur une période donnée (saison par exemple) : "*Cumulative DD*".

## Structures classiques des dérivés climatiques

★ Les dérivés climatiques ont des structures plutôt classiques, notamment :

◇ *Options* : en échange d'une prime payée initialement, la structure des flux à l'échéance du contrat est 0 si l'événement considéré ne survient pas et linéaire si celui-ci survient.

◇ *Swaps* : il s'agit d'un contrat caractérisant un échange de flux contingent à un événement donné pendant une certaine période.

◇ *Obligations* : le paiement des coupons et/ou du nominal dépend d'un événement particulier.

⇒ Tout dépend de la réalisation de l'événement climatique considéré (voire de son importance).

⇒ Un certain montant est associé à chaque événement. Il sera payé au détenteur du produit climatique comme "indemnité" si l'événement survient.

## Marchés des dérivés climatiques

★ Le premier contrat a été signé en 1997 entre Enron, Koch Energy et de petits producteurs d'énergie suite à la dérégulation du marché de l'énergie aux Etats-Unis.

★ Sondage sur l'activité en 2002-2003 (WRMA et PriceWaterHouse Coopers) :

◇ *Nombre de contrats reportés* : 4500 + 7200 sur le marché organisé du CME.

◇ *Valeur notionnelle totale* : plus de 3,5 milliards de dollars (environ 4,2 milliards en incluant le CME).

★ Marché OTC (de gré à gré)

⇒ Produits sur-mesure, peu de spéculation, peu de liquidité, certaine confusion réglementaire.

★ Marchés organisés : plusieurs places financières traitent des produits dérivés climatiques :

◇ *CME* (chicago Mercantile Exchange) ayant un rôle de plus en plus important : futures et options sur futures sur indices de températures pour les Etats-Unis depuis 1999 et pour l'Europe depuis octobre 2003 (Amsterdam, Berlin, Londres, Paris et Stockholm)

◇ *JWX* (Japan Weather Exchange) : contrats de swaps depuis mars 2003.

◇ *I-WeX, LIFFE et Euronext* depuis décembre 2001 : contrats basés sur des indices de températures pour Londres, Berlin et Paris et quotation d'indices de températures à l'échelle européenne, nationale et locale avec possibilité de prendre en compte des corrélations.

★ Certains sites sur Internet (par exemple, Spectron depuis novembre 2002).

## Les principaux intervenants

★ Encore peu de participants actifs sur ces marchés.

⇒ Liquidité réduite.

★ Plusieurs catégories de participants, dont :

◇ "end-users" : entreprises souhaitant couvrir leur risque météorologique (notamment des producteurs d'énergie).

◇ Banques, assureurs et réassureurs : souvent à l'origine des transactions.

Mais, peu d'intervants car marché de petite taille.

★ Plusieurs participants clé ont disparu :

◇ Evidemment Enron,

◇ Mais aussi, pour des problèmes liés au risque de crédit, Aquila, El Paso...

# L'évaluation des produits dérivés climatiques

## Les difficultés méthodologiques

*Les dérivés climatiques ne sont pas des produits dérivés classiques :*

L'actif sous-jacent n'est en général pas traité sur les marchés financiers (sauf dans le cas des contrats d'options sur futures du CME par exemple).

⇒ On ne peut pas utiliser les modèles classiques d'évaluation (de type Black-Scholes), fondés sur la possibilité de répliquer le produit dérivé en achetant/vendant de l'actif sous-jacent.

⇒ Nécessité de trouver une autre approche pour l'évaluation.

## Différentes méthodes possibles

On note, en négligeant les taux d'actualisation :

- ◇  $\pi$  le prix du contrat payé initialement,
- ◇  $X$  la somme (aléatoire) de tous les flux associés à ce contrat.

★ Méthode actuarielle :

$$\pi = \mathbb{E}_{\mathbb{P}}(X)$$

★ Méthode actuarielle corrigée :

$$\pi = \mathbb{E}_{\mathbb{P}}(X) + \lambda \mathbb{V}(X)$$

★ Adaptation de Black-Scholes en "répliquant"  $X$  à l'aide des produits les plus liquides sur le marché, comme les swaps.

$$\pi \approx BS(X)$$

★ Evaluation à l'aide des fonctions d'utilité :

Une fonction d'utilité  $u$  représente les préférences d'un investisseur particulier.

$u$  satisfait certaines propriétés (croissance, concavité afin de modéliser

l'aversion au risque). Par exemple, l'utilité exponentielle  $u(x) = -\gamma \exp(-\frac{1}{\gamma}x)$ .

$\Rightarrow \pi$  est alors un *prix d'indifférence* :

$$u(0) = \mathbb{E}_{\mathbb{P}}(u(X - \pi)) \quad \Leftrightarrow \quad -\pi = e_{\gamma}(X) \stackrel{def}{=} \gamma \ln \mathbb{E}_{\mathbb{P}} \left( \exp(-\frac{1}{\gamma}X) \right)$$

★ Utilisation de données historiques brutes (mais quelle taille pour

l'historique?) ou

tentative de modélisation dynamique pour le sous-jacent (généralement, la température est modélisée par un processus avec retour à la moyenne de type Ornstein-Uhlenbeck).



## Quelques remarques sur les données

- ★ Archives importantes dans la plupart des pays.
- ★ Données devant être nettoyées en tenant compte de plusieurs facteurs d'instabilité :
  - ◇ Déplacement de la station de référence,
  - ◇ Changement d'instrument de mesure,
  - ◇ Erreur de relevés,
  - ◇ Influence de l'urbanisation sur le réchauffement...
- ★ Modèles de prévisions météorologiques très complexes (à court-terme - six jours -, à moyen terme - saison -, à très long terme -réchauffement climatique -) difficilement utilisables par des non-météorologues.

---

# Le problème de la structuration des dérivés climatiques

---

## Problème acheteur-vendeur de dérivés climatiques

★ Est-ce qu'un produit dérivé climatique est un produit dérivé comme les autres ? ou est-ce un produit d'assurance ?

⇒ Les dérivés climatiques se trouvent à l'interface entre les deux mondes.

⇒ La question de la structuration se pose naturellement, comme pour un contrat d'assurance.

⇒ Inadaptation de la méthodologie de la réplification, d'où l'importance d'avoir un critère d'évaluation du risque.

# Mesures de risque

★ La plus célèbre mesure est la **V@R** (Value at Risk) définie comme le plus petit montant à ajouter à une certaine position  $X$  pour la rendre acceptable pour certain seuil  $\varepsilon$  :

$$V@R_\varepsilon (X) = \inf \{k : \mathbb{P}(X + k < 0) \leq \varepsilon\}$$

La V@R possède *plusieurs propriétés clé* :

◇ *décroissance*,

◇ *invariance par translation* :  $\forall m \in \mathbb{R} \quad V@R_\varepsilon (X + m) = V@R_\varepsilon (X) - m$ ,

◇ *homogénéité positive* :  $\forall \lambda \geq 0 \quad V@R_\varepsilon (\lambda X) = \lambda V@R_\varepsilon (X)$ .

⇒ Toutefois, elle n'est pas **convexe**. Or la convexité permet de traduire l'impact de la diversification sur le niveau de risque.

⇒ Généralisation de la notion de **mesure de risque convexe** à des fonctionnelles décroissantes, convexes et invariante par translation.

⇒ Un exemple est la **mesure de risque entropique**

$$e_\gamma(\Psi) \stackrel{def}{=} \gamma \ln \mathbb{E}_{\mathbb{P}} \left( \exp\left(-\frac{1}{\gamma} \Psi\right) \right)$$

## Etude d'une transaction

- ◇  $T$  est l'horizon. Par souci de simplicité, on néglige les taux d'actualisation.
  - ◇ Les quantités considérées sont bornées.
  - ★ On considère une transaction impliquant deux agents.
  - ◇ **Agent B** : en  $T$ , l'agent B est exposé envers un risque *climatique*  $\Theta$  pour un montant  $\mathbf{X}(\Theta, \omega)$ . Il veut acheter un produit structuré  $\mathbf{F}(\Theta, \omega)$  pour réduire son exposition à un agent A, qui joue le rôle d'un “assureur” ; il paye une prime  $\pi$  en 0.
  - ◇ **Agent A** : en échange de la prime  $\pi$  reçue 0, il émet la structure  $F$ .
  - ★ Critère de choix :
- Les deux agents ont une mesure de risque entropique avec des coefficients de tolérance au risque  $\gamma_A$  et  $\gamma_B$ .

## Les objectifs des deux agents

Les deux agents n'ont pas les mêmes objectifs :

★ L'"assureur", agent  $A$ , veut déterminer la structure optimale  $(F, \pi)$  pour minimiser sa mesure de risque :

$$\inf_{F \in \mathcal{X}, \pi} e_{\gamma_A}(\pi + F)$$

★ L'agent  $B$  cherche à *couvrir son exposition*. De façon équivalente, il cherche la structure  $(F, \pi)$  qui améliore sa situation :

$$e_{\gamma_B}(X - F - \pi) \leq e_{\gamma_B}(X)$$

La règle de prix optimale est obtenue en saturant la contrainte :

$$\pi^*(F) = e_{\gamma_B}(X) - e_{\gamma_B}(X - F)$$

⇒ C'est un *prix d'indifférence*.

## Structure optimale

La règle de prix optimale et la propriété d'invariance par translation de  $e_\gamma$  permettent de réécrire le programme comme

$$\inf_F (e_{\gamma_A}(F) + e_{\gamma_B}(X - F))$$

### Proposition :

(i) La structure optimale est donnée par :

$$F^* = \frac{\gamma_A}{\gamma_A + \gamma_B} X \quad (\text{à une constante près})$$

(ii) De plus

$$\inf_F (e_{\gamma_A}(F) + e_{\gamma_B}(X - F)) = e_{\gamma_C}(X) \quad \text{avec} \quad \gamma_C = \gamma_A + \gamma_B$$

## Implications pour les dérivés climatiques

- ⇒ Les dérivés climatiques doivent être proportionnels au risque  $X$  de l'investisseur.
- ⇒ Ils doivent donc avoir une structure très proche de l'exposition initiale des “end-users”. Une structure de type “weather bond” semble être adaptée.
- ⇒ C'est l'acheteur qui fixe le prix.
- ⇒ L'acheteur ne cherche pas à se couvrir intégralement. Il conserve une partie de son risque initial.



# Diversification sur les marchés financiers

## Cadre d'étude

Les deux agents peuvent également investir optimalement sur les marchés financiers par des stratégies (auto-finançantes, admissibles), dans un souci de couverture ou de diversification.

L'ensemble des valeurs terminales **nettes** associées à ces stratégies est noté  $\mathcal{V}_T^{(A)}$  (resp.  $\mathcal{V}_T^{(B)}$ ).

Il s'agit de deux ensembles convexes pouvant être *différents*.

## Les nouveaux objectifs des deux agents

Les deux agents n'ont pas les mêmes objectifs :

★ L' "assureur", agent  $A$ , veut déterminer la structure optimale  $(F, \pi)$  pour minimiser sa mesure de risque :

$$\inf_{F, \pi, \xi_A \in \mathcal{V}_T^{(A)}} e_{\gamma_A}(F + \pi - \xi_A)$$

★ L'agent  $B$  cherche à *couvrir son exposition*. De façon équivalente, il cherche la structure  $(F, \pi)$  pour améliorer sa situation :

$$\inf_{\xi_B \in \mathcal{V}_T^{(B)}} e_{\gamma_B}(X - F - \pi - \xi_B) \leq \inf_{\xi_B \in \mathcal{V}_T^{(B)}} e_{\gamma_B}(X - \xi_B)$$

La règle de prix optimale est obtenue en utilisant la propriété d'invariance par translation de  $e_\gamma$  et en saturant la contrainte :

$$\pi^*(F) = \inf_{\xi_B \in \mathcal{V}_T^{(B)}} e_{\gamma_B}(X - \xi_B) - \inf_{\xi_B \in \mathcal{V}_T^{(B)}} e_{\gamma_B}(X - F - \xi_B)$$

## Réécriture du programme

La règle de prix optimale et la propriété de  $e_\gamma$  permettent de réécrire le programme comme

$$\boxed{\inf_F \left( \inf_{\xi_A \in \mathcal{V}_T^{(A)}} e_{\gamma_A}(F - \xi_A) + \inf_{\xi_B \in \mathcal{V}_T^{(B)}} e_{\gamma_B}(X - F - \xi_B) \right)}$$

ou encore

$$\begin{aligned} & \inf_{\xi_A \in \mathcal{V}_T^{(A)}} \inf_{\xi_B \in \mathcal{V}_T^{(B)}} \left( \inf_F (e_{\gamma_A}(F - \xi_A) + e_{\gamma_B}(X - F - \xi_B)) \right) \\ \text{ou} & \inf_{\xi_A \in \mathcal{V}_T^{(A)}} \inf_{\xi_B \in \mathcal{V}_T^{(B)}} \left( \inf_{\tilde{F}} \left( e_{\gamma_A}(\tilde{F}) + e_{\gamma_B}(X - \tilde{F} - \xi_A - \xi_B) \right) \right) \quad \text{si } \tilde{F} = F - \xi_A \end{aligned}$$

⇒ Le programme en  $\tilde{F}$  est similaire au programme au "toy model" :

$$F \rightarrow \tilde{F} \quad \text{et} \quad X \rightarrow X - \xi_A - \xi_B$$

⇒ En particulier,

$$\inf_{\tilde{F}} \left( e_{\gamma_A}(\tilde{F}) + e_{\gamma_B}(X - \tilde{F} - \xi_A - \xi_B) \right) = e_{\gamma_C}(X - \xi_A - \xi_B)$$

## Structure optimale

**Théorème :**

*Si on a des investissements optimaux  $\eta_A^*$  et  $\eta_B^*$  pour le programme final de l'agent représentatif*

$$F^* = \frac{\gamma_A}{\gamma_A + \gamma_B} X + \frac{\gamma_B}{\gamma_A + \gamma_B} \eta_A^* - \frac{\gamma_A}{\gamma_A + \gamma_B} \eta_B^*$$

*est une structure optimale. Et notamment,*

**Corollaire 1 :** *Si les deux agents ont le même accès au marché financier, alors*

$$F^* = \frac{\gamma_A}{\gamma_A + \gamma_B} X$$

*est une structure optimale.*

**Corollaire 2 :** *Si l'Agent B n'est pas initialement exposé ( $X \equiv 0$ ), alors il y a quand même une transaction si les deux agents n'ont pas le même accès au marché financier.*

## Conclusions

- ★ Le transfert du risque climatique pur n'est pas modifié par la présence de marchés financiers.
- ★ Pour des produits tels que les dérivés climatiques, la question du prix est importante mais également celle de la *structure*, que ce soit pour des transactions de gré à gré ou pour des produits échangés sur les marchés organisés (titrisation).
- ★ Il est possible de généraliser ces résultats à d'autres mesures de risque.
- ★ Le *choix de la mesure de risque* (imposée en partie par le régulateur) est crucial pour accroître la diversification et en conséquence la liquidité.